100 лет – А.Б. Мигдалу, Черноголовка, 26 июня 2011 г.

Ионизация атомов в сильном низкочастотном электромагнитном поле

В.П. Крайнов,

Московский физико-технический институт, 141700 г. Долгопрудный

1. Введение

Модель Келдыша для ионизации электрона из короткодействующей ямы низкочастотным линейно-поляризованным лазерным полем.

Вероятность ионизации в приближении Ландау-Дыхне с экспоненциальной точностью описывается выражением $(\hbar = m = e = 1)$

$$w = \exp\left(-2\,\mathrm{Im} \int_0^{t_0} (E(t) + E_i)\,dt \right).$$

Здесь $\boldsymbol{E_i}$ – потенциал ионизации, $\hbar\omega << E_i$

Энергия свободного электрона в конечном состоянии непрерывного спектра

$$E(t) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{p} + \frac{1}{c}\mathbf{A}(t)\right)^2 = \frac{F^2}{2\omega^2}\sin^2 \omega t.$$

$F = A\omega/c$ – амплитуда напряженности поля волны

Импульс **p** = 0 , так как мы не интересуемся спектром вылетевших электронов.

Напряженность поля предполагается малой по сравнению с атомной напряженностью:

$$F << \left(2E_{\mathrm{i}}\right)^{3/2}.$$

Точка поворота в комплексной плоскости времени определяется из условия

$$E(t_0) = -E_i$$

Она имеет вид:

$$t_0 = \frac{i}{\omega} \operatorname{arcsh} \gamma;$$

Безразмерная величина γ называется параметром Келдыша:

$$\gamma = \frac{\omega \sqrt{2E_i}}{F}$$

Из формулы Ландау-Дыхне получим экспоненциально малую вероятность ионизации:

$$w = \exp\left(-\frac{2E_i}{\omega} g(\gamma) \right)$$

Здесь обозначено

$$g(\gamma) = (1 + 1/2\gamma^2)\mathrm{arcsh}\gamma - (1/2\gamma)\sqrt{1+\gamma^2}.$$

При $\gamma << 1$ находим простое выражение для энергии электрона в конечном состоянии непрерывного спектра, которое не зависит от частоты электромагнитного поля:

$E(t) = (Ft)^2/2$ Туннельная вероятность ионизации

не зависит от частоты поля: $$w = \exp\left\{ -\frac{2(2E_i)^{3/2}}{3F} \right\}$$

Напротив, при γ >> 1 получим многофотонный предел, соответствующий K-му порядку теории возмущений (он является наинизшим для многофотонной ионизации в соответствии с законом сохранения энергии при поглощении фотонов внешнего поля):

$$K = (E_i / \hbar\omega)$$

Вероятность K-фотонной ионизации равна

$$w = \left(\frac{\sqrt{e}F}{2\omega\sqrt{2E_i}} \right)^{2K}$$

(e – основание натурального логарифма)

Все эти выражения могут быть получены и в рамках S-матричного подхода, используя волковскую волновую функцию конечного состояния для электрона в монохроматическом электромагнитным поле.
Для этого нужно вычислять интеграл по времени методом перевала и пренебрегать возникающими предэкспонентами.

В действительности, многофотонное поглощение минимального числа фотонов требует более жесткого условия применимости, основанного на требовании отсутствия надпорогового поглощения фотонов. Оно вытекает из рассмотрения *S*-матричного подхода, согласно которому поглощение минимального числа фотонов реализуется при выполнении условия, когда безразмерный т.н. квантовый параметр Риса

$$\frac{e^2F^2}{m\hbar\omega^3} < 1$$

При увеличении напряженности когда выполняются условия

$$1 << \frac{e^2F^2}{m\hbar\omega^3} < K = \frac{E_i}{\hbar\omega}$$

поглощаются надпороговые фотоны при степенном режиме ионизации

Наконец, при условии, соответствующему туннельному пределу γ << 1:

$$\frac{e^2F^2}{m\hbar\omega^3} >> K = \frac{E_i}{\hbar\omega}$$

поглощается $$\frac{e^2F^2}{4m\hbar\omega^3} >> K$$ фотонов

Однако электрон вылетает с малой энергией, так как одновременно в поле линейной поляризации потенциал ионизации возрастает на величину (пондеромоторный сдвиг границы континуума)

$$\frac{e^2F^2}{4m\omega^2}$$

Далее рассмотрим ионизацию электрона из кулоновского потенциала низкочастотным линейно-поляризованным лазерным полем в многофотонном режиме.

Надпороговое поглощение добавочных фотонов возникает при выполнении условия

$$F > C\omega^{5/3} \quad \text{, где} \quad C = 1/\pi$$

При этом вероятность надпороговой ионизации в единицу времени удобно представить в виде

$$w = \omega_a \left(\frac{I}{I_s} \right)^{K+S}$$

$\omega_a = 4.13 \cdot 10^{16}\ c^{-1}$ - атомная единица частоты

$I_s \propto 10^{14}$ Вт/см^2

В туннельном режиме кулоновское поле атомного остова можно рассмотреть в рамках классической теории возмущений как малую поправку к классическому действию

$$\int E(t)dt$$

Для состояния атома с потенциалом ионизации E_i вероятность туннельной ионизации в линейно поляризованном поле равна

$$w = C\left(\frac{E_i^2}{F}\right)^{1/\sqrt{2E_i}} \exp\left\{-\frac{2(2E_i)^{3/2}}{3F}\right\}.$$

Характерное атомное поле определяется предэкспонентой и равно

$$F_a = E_i^2$$

Кулоновское поле можно рассмотреть в рамках классической теории возмущений как малую поправку к полевому классическому действию в случае, когда кулоновская сила мала по сравнению с полевой, т.е.

$$e^2 / r^2 << eF$$

Для состояния непрерывного спектра характерное расстояние r в этом соотношении в условиях доминирования полевой силы можно оценить как амплитуду осцилляций электрона в электромагнитном поле, т.е.

$$r \propto eF / m\omega^2 .$$

Таким образом, если

$$\left(\frac{m^2\omega^4}{e}\right)^{1/3} \propto F,$$

то воздействие кулоновской силы и полевой силы на электрон, находящийся в конечном состоянии непрерывного спектра, сравнимо друг с другом.

В задаче появляется второй безразмерный параметр:

$$\frac{\left(m^2e^2\omega^4\right)^{1/3}}{eF}$$

В условиях сильного поля

$$\left(\hbar^3 m\omega^5 / e^2\right)^{1/3} < eF < \left(m^2 e^2 \omega^4\right)^{1/3}$$

$$\gamma > 1; \quad eF < \omega m e^2 / \hbar$$

имеет место поглощение и вынужденное испускание большого числа надпороговых фотонов. Экспериментальные энергетические спектры испущенных электронов представляют собой набор большого числа уширенных пиков, отделенных друг от друга энергией фотона. Электрон может переходить из одного пика в другой как с поглощением, так и с испусканием фотона, что и приводит к диффузионному механизму его блужданий в непрерывном спектре.

Указанные неравенства согласуются с условием

$$\hbar\omega << \frac{me^4}{\hbar^2} \propto E_i$$

Так как мы не интересуемся энергетическим спектром вылетающих электронов, то конечное состояние непрерывного спектра имеет малую дрейфовую часть энергии. Поэтому для описания конечного состояния применимо квазиклассическое приближение, в соответствии с которым для применения формулы Ландау-Дыхне требуется вычислить классическое действие

$$\int E(t)dt$$

Таким образом, задача сводится к вычислению классической энергии электрона $E(t)$ в кулоновском поле и во внешнем монохроматическом поле, сравнимыми по величине друг с другом.

2. Классическая энергия электрона в кулоновском поле и во внешнем монохроматическом поле

Классическое (нелинейное) уравнение движения для электрона в кулоновском поле атомного остова (с зарядом, равным единице) и во внешнем монохроматическом поле с амплитудой напряженности электрического поля *F* имеет вид

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3} + F\cos\omega t.$$

Подчеркнем, что речь идет о линейно поляризованном поле. В туннельном режиме вероятность вылета электрона с энергией E_0 (вдоль поляризации поля) равна

$$w \propto \exp\left(-E_0 \frac{2\omega^2 (2E_i)^{3/2}}{3F^3}\right)$$

Средняя энергия вылетевшего электрона имеет оценку

$$E_0 \propto \frac{F^3}{\omega^2 (2E_i)^{3/2}} = \frac{\omega}{\gamma^3}$$

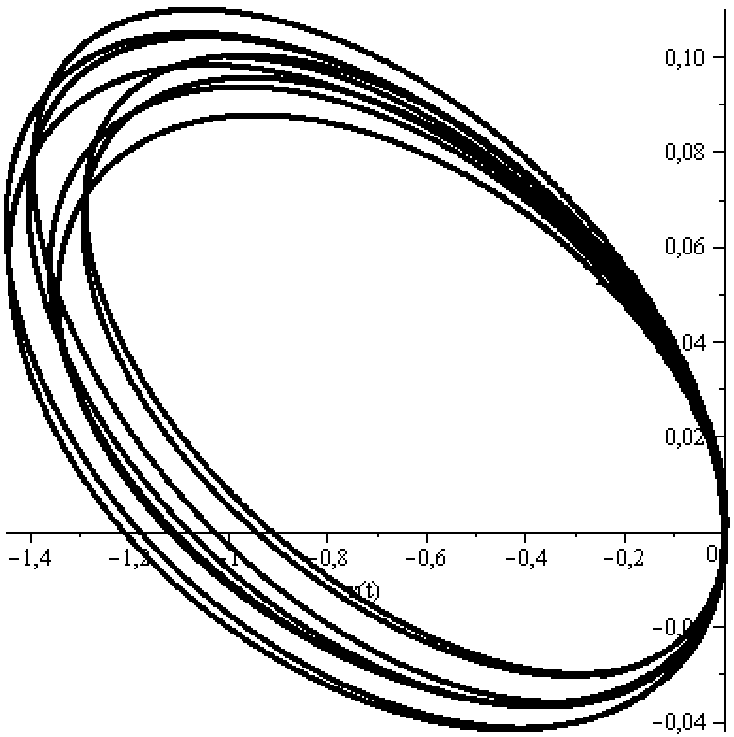
Эта величина меньше E_i при значениях параметра Келдыша γ порядка 1 и при не слишком малых значениях γ < 1, так как

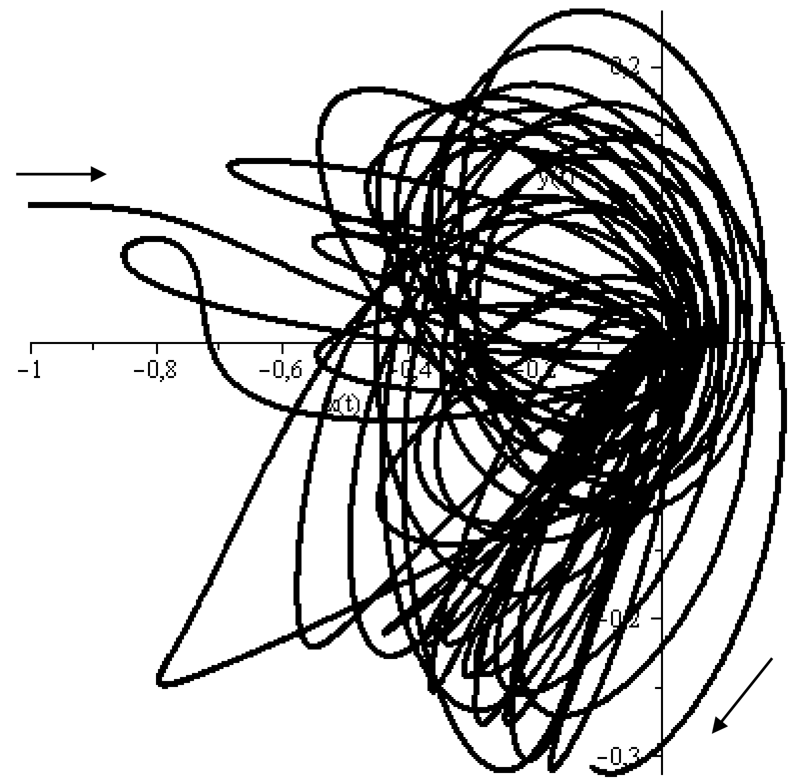
$$\hbar\omega << E_i$$

Удобно в данной задаче рассматривать сначала ридберговские состояния дискретного спектра, так как их структура близка к структуре низколежащих состояний непрерывного спектра. Действие электромагнитного поля приводит к диффузионной ионизации высоковозбужденных состояний атома, которая впервые была обнаружена в численных экспериментах. Оценка порога стохастичности движения будет приведена ниже. Диффузионное возбуждение соответствует постепенному росту энергии классического электрона от начального ридберговского значения до значения, соответствующего ионизации. Характерное время такой диффузии велико по сравнению с периодом оборота ридберговского электрона вокруг атомного остова.

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{Z\mathbf{r}}{r^3} - F\mathbf{i}_x \cos\omega t.$$

$Z = 2, \quad \omega = 1.82$

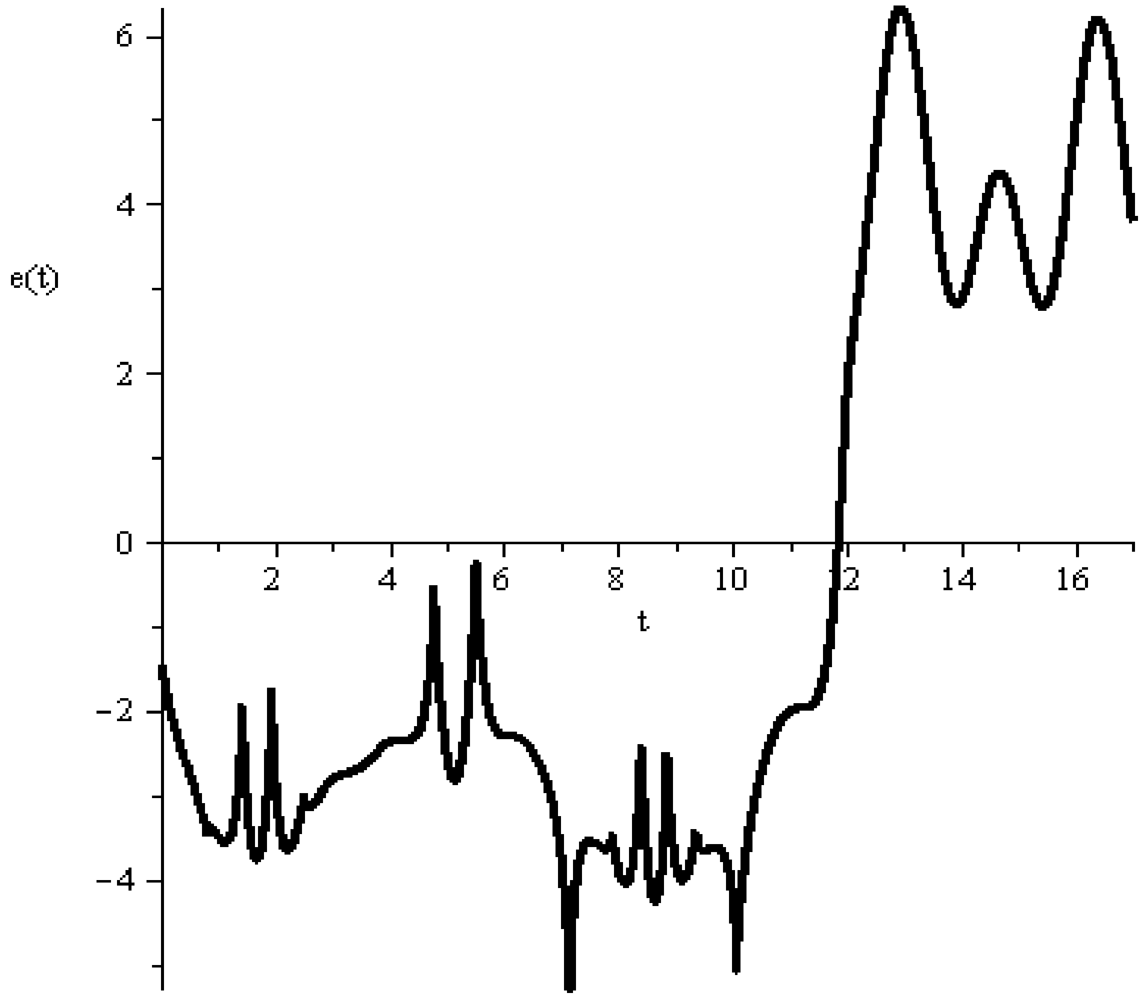


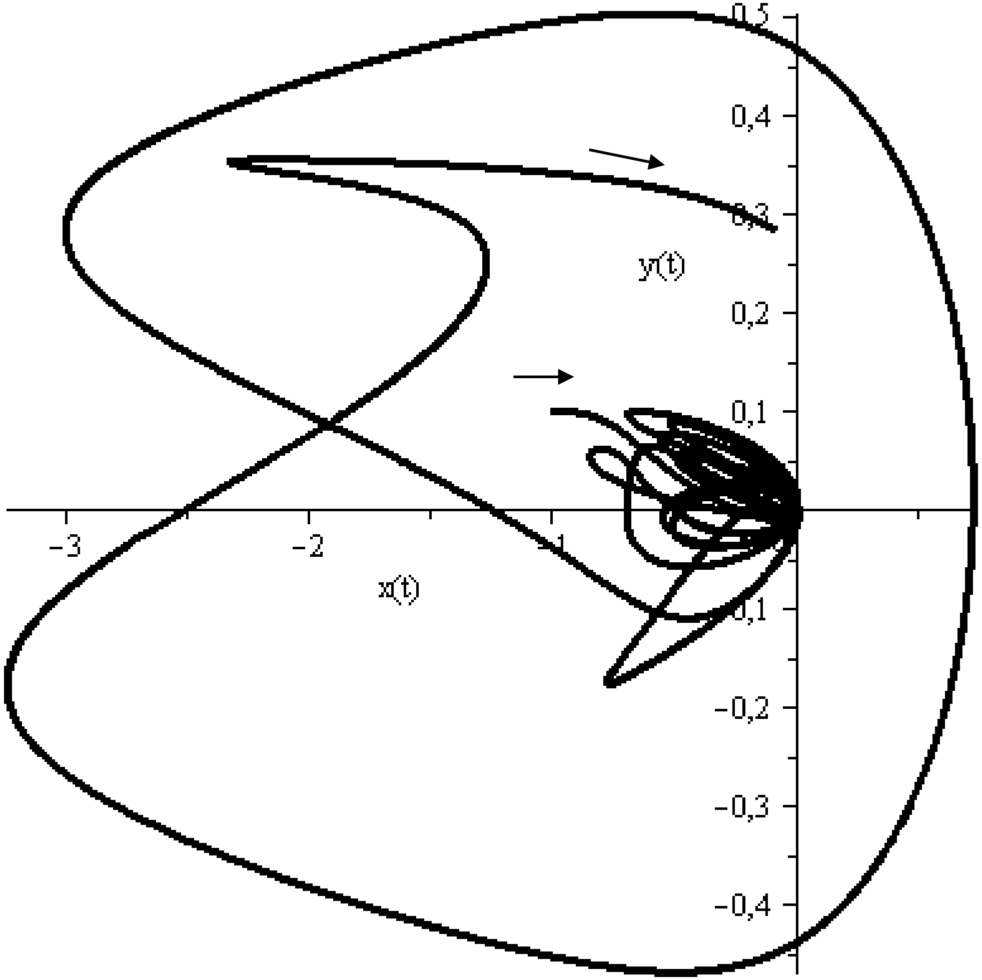


$F = 0.1$

$F = 4$

На рисунке показана полная энергия электрона $e(t)$ как функция времени для хаотической траектории при $F = 4$.





$F = 4$

Частота ω изменена с 1.82 до 1.81

Сначала рассмотрим деформацию круговых орбит электрона во внешнем монохроматическом линейно поляризованном электромагнитном поле в условиях, когда вектор напряженности поля лежит в плоскости орбиты электрона (максимальный орбитальный момент). Классическая функция Гамильтона имеет вид

$$H = -\frac{1}{2n^2} + Fz\cos\omega t; \quad z = r\cos\varphi; \quad r = n^2.$$

Введены канонически сопряженные переменные: классическое действие *n* и угол
φ между радиус-вектором электрона и направлением вектора напряженности поля.

Резонансно большое изменение главного квантового числа

$$\delta n = n - n_0$$

n_0 - главное квантовое число начального состояния ридберговского электрона, достигается в случае, когда частота поля ω равна частоте кеплерового вращения электрона n^{-3}. Введем новую фазу

$$\theta = \varphi - \omega t$$

и новое действие

$$I = n - \omega^{-1/3}.$$

Тогда гамильтониан в окрестности резонанса приобретает вид (постоянное слагаемое опускаем):

$$H(I,\theta) = -\frac{3}{2} I^2 \omega^{4/3} + \frac{F}{2\omega^{2/3}} \cos\theta.$$

При выводе этого выражения мы усреднили по быстрым осцилляциям с частотой порядка кеплеровской n^{-3}, т.е., пренебрегли быстроосциллирующими членами, линейными по действию *I*, а также быстроосциллирующим слагаемым, содержащим

$$\cos(\varphi + \omega t).$$

Новый гамильтониан не зависит явно от времени, поэтому он сохраняется; обозначим сохраняющуюся энергию через $-\varepsilon$.

$$\boxed{\frac{3}{2} I^2 \omega^{4/3} - \frac{F}{2\omega^{2/3}} \cos\theta = \varepsilon.}$$

Формально это уравнение совпадает с уравнением для математического маятника, совершающего большие колебания. Величина θ представляет собой угол отклонения маятника от нижнего положения равновесия. Импульс маятника равен *I*. Масса маятника равна

$$M = 1/\left(3\omega^{4/3}\right)$$

Частота малых колебаний маятника

$$\Omega = \omega^{1/3}\sqrt{\frac{3F}{2}}.$$

Верхнее положение маятника реализуется при начальных условиях в момент времени $t = 0$:

$$I_0 = n_0 - \omega^{-1/3} = 0; \quad \varphi = \theta = \pi.$$

При этом колебания маятника переходят в его вращение (сепаратриса на фазовом портрете). Энергия маятника при этом равна

$$\varepsilon = \frac{F}{2\omega^{2/3}}.$$

Классическое действие равно $$I = \pm\frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2F}{3}}\cos(\theta/2).$$

полуширина сепаратрисы по действию
(т.е. по главному квантовому числу *n*) при изменении $0 < \theta < \pi$

$$\delta n = \delta I = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2F}{3}} = 2M\Omega.$$

Полуширина резонанса по частоте нелинейных колебаний определяется из этого соотношения

$$\delta\nu = \frac{\delta n}{M} = 2\Omega.$$

Для применимости данного подхода она должна быть мала по сравнению с кеплеровой частотой, т.е

$$\Omega << n_0^{-3} \approx \omega$$

или

$$F << \omega^{4/3} \approx n_0^{-4}.$$

С другой стороны, должно выполняться условие применимости классической механики

$$\delta n >> 1.$$

Тогда получим ограничение снизу на напряженность поля

$$F >> \omega^2 \approx n_0^{-6}.$$

При выполнении указанных условий имеют место осцилляции движения электрона в пределах сепаратрисы нелинейного резонанса. Но, конечно, в данном случае диффузия электрона по нелинейным резонансам отсутствует, так как имеется только один нелинейный резонанс.

Далее рассмотрим совершенно противоположный случай сильно вытянутых орбит электрона (малый орбитальный момент). В целях простоты направим вектор напряженности поля вдоль орбиты электрона. Взаимодействие электрона с полем в функции Гамильтона можно записать в виде разложения координаты z в ряд Фурье по фазе φ:

$$H = -\frac{1}{2n^2} + Fz(\varphi)\cos\omega t = -\frac{1}{2n^2} + F\cos\omega t\left\{-\frac{3}{2}n^2 + 2\sum_{k=1}^{\infty} z_k \cos(k\varphi)\right\}.$$

Здесь фурье-компонента координаты электрона z имеет известный вид

$$z_k = \frac{n^2}{k} J_k'(k)$$

Резонансно большое изменение главного квантового числа

$$\delta n = n - n_0$$

n_0 - главное квантовое число начального состояния ридберговского электрона, достигается в случае, когда частота поля ω кратна частоте кеплерового вращения электрона :

$$\omega = k / n^3.$$

Введем новую фазу $\theta = k\varphi - \omega t$

и новое действие $I = n - (k/\omega)^{1/3}.$

Оставляя только резонансное слагаемое, получим гамильтониан маятника в виде, аналогичном предыдущему выражению для случая круговых орбит:

$$H(I,\theta) = -\frac{3}{2n^4} I^2 + F z_k \cos\theta.$$

Частота малых колебаний маятника теперь равна

$$\Omega_k = \frac{1}{n^2}\sqrt{3Fz_k} = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{3FJ_k^{'}(k)}{k}}.$$

Полуширина резонанса по частоте для *k* – того резонанса:

$$\delta\nu_k = 2\Omega_k.$$

Стохастическое движение электрона по ридберговским уровням
начинается, когда возникает перекрытие *k* – того резонанса
и (*k* +1) – того резонанса (при фиксированной частоте ω).
Степень перекрытия определяется параметром

$$s = \frac{\delta\nu_k + \delta\nu_{k+1}}{\omega/k - \omega/(k+1)}$$

Согласно численным расчетам электрон начинает блуждать по резонансам при выполнении универсального критерия Чирикова

$$K = 2.5s^2 = \frac{F}{F_c} > 1.$$

F_c - критическое значение напряженности электрического поля для начала стохастизации движения

Нас интересуют значения *k* >> 1, имея в виду переход от ридберговских состояний к положительным значениям энергии конечного состояния в континууме. Тогда получим (с хорошей точностью уже при *k* > 4), используя известное асимптотическое выражение Дебая для производной функции Бесселя , что частота малых колебаний маятника равна

$$\Omega_k = \frac{k^{-5/6}}{n}\sqrt{1.2F}.$$

Тогда

$$s = \frac{4\Omega_k n^4}{3}$$

и критическая напряженность электрического поля

$$F_c = \frac{1}{48\left(\omega n^3\right)^{1/4} n^4}$$

Таким образом, порог стохастичности для напряженности поля является достаточно низким по сравнению с характерным атомным полем.

Общий случай орбит с произвольной эллиптичностью рассматривается аналогичным образом. Однако перекрытие резонансов происходит только для сильно вытянутых орбит. Для орбит с меньшим эксцентриситетом фурье-компоненты координат, убывают экспоненциально с увеличением k. Это следует из известных асимптотических свойств функций Бесселя $J_k(ke)$

и их производных с эксцентриситетом e, меньшим единицы (т.н. равномерные асимптотические разложения Дебая для функций Бесселя с большим индексом и большим аргументом). Экспоненциальное убывание отсутствует только для малых орбитальных квантовых чисел (сильно вытянутые орбиты), уже рассмотренных выше.

3. Коэффициент диффузии

Подчеркнем, что в рассматриваемой задаче нет столкновений. Речь идет о диффузии, связанной с блужданием электрона по ридберговским состояниям вверх и вниз под действием лазерного поля. В классической механике она обусловлена не обычным хаосом, а динамическим хаосом. Энергия электрона как функция времени согласно численным расчетам выглядит на рисунке как хаотическая величина. Из результатов предыдущего раздела вытекает, что следует рассматривать только случай сильно вытянутых орбит (орбитальное квантовое число равно нулю). Резонансная часть соответствующего гамильтониана имеет вид (n и φ - канонически сопряженные переменные)

$$H(n,\varphi) = -\frac{1}{2n^2} + F\sum_{k=1}^{\infty} z_k \cos(\omega t - k\varphi).$$

Уравнение Гамильтона-Якоби:

$$\frac{dn}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial \varphi}=F\sum_{k=1}^{\infty}kz_k\sin(k\varphi-\omega t)=F\sum_{k=1}^{\infty}kz_k\sin\left[k\left(\varphi-n^{-3}t\right)+\left(kn^{-3}-\omega\right)t\right].$$

Введем обозначения

$$\omega_k=kn^{-3}-\omega; \qquad \theta_k(t)=k\left(\varphi-n^{-3}t\right).$$

Уравнение Гамильтона-Якоби упрощается:

$$\frac{dn}{dt}=F\sum_{k=1}^{\infty}kz_k\sin(\theta_k(t)+\omega_k t).$$

Фаза $\theta_k(t)$ может считаться постоянной на характерном масштабе интегрирования, так как согласно второму уравнению Гамильтона-Якоби

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{\partial H}{\partial n}\approx\frac{1}{n^3}$$

основная зависимость от времени в фазе выпадает, и остается только медленная зависимость, связанная с зависящим от поля слагаемым.

Интегрируя, находим:

$$n(t) - n_0 = F\sum_{k=1}^{\infty} \frac{kz_k}{\omega_k}\left[\cos\theta_k - \cos(\theta_k + \omega_k t)\right] = 2F\sum_{k=1}^{\infty} \frac{kz_k}{\omega_k}\left[\sin\left(\theta_k + \omega_k t/2\right)\cdot\sin(\omega_k t/2)\right]$$

Возводя это выражение в квадрат, учтем, что фаза φ, а, следовательно, и фазы θ_k являются случайными величинами.
Поэтому при усреднении квадрат первого синуса можно заменить на ½, а произведения слагаемых с разными значениями *k* обратить в нуль.

Получаем (заменяя сумму на интеграл в окрестности данного значения *k*), и используя известное представление для δ - функции Дирака:

$$\left(n(t) - n_0\right)^2 = 2F^2\sum_{k=1}^{\infty}\left(kz_k\right)^2 \frac{\sin^2\left(\omega_k t/2\right)}{\omega_k^2} = \pi F^2\int\left(kz_k\right)^2\delta\left(\omega_k\right)dk\cdot t.$$

Подставляя $\omega_k = kn^{-3} - \omega \to 0$ и интегрируя в области фиксированного резонанса с номером $k = \omega n^3$, отсюда находим, что имеет место нелинейная диффузия в окрестности значений $n = n(t)$:

$$\left(n(t)-n_0\right)^2=\pi F^2\int_0^t\left(kz_k\right)^2 n^3(t')dt'.$$

Здесь в правой части уравнения учтен нелинейный характер диффузии, т.е. заменено $t \to dt$

Подставляя значение фурье-компоненты координаты, отсюда получим

$$\left(n(t)-n_0\right)^2=\pi F^2\int_0^t\left(J_k^{'}(k)\right)^2 n^7(t')dt'.$$

Так как при *k* >> 1 имеем $J_k^{'}(k)\approx 0.4k^{-2/3}$

то это уравнение упрощается

$$\left(n(t)-n_0\right)^2=0.5F^2\omega^{-4/3}\int_0^t n^3(t')dt'.$$

Дифференцируя это соотношение по времени, получим дифференциальное уравнение

$$\left(n - n_0\right)\frac{dn}{dt} = \frac{F^2}{4\omega^{4/3}} n^3.$$

Его интегрирование приводит к выражению, определяющему время диффузии при заданном начальном главном квантовом числе n_0

$$1 - \frac{n_0}{n(t)} = \sqrt{\frac{n_0 F^2 t}{2\omega^{4/3}}}$$

Величина $n(t)$ растет со временем. Время диффузии равно при $n(t) \to \infty$

$$\tau = \frac{2\omega^{4/3}}{n_0 F^2}.$$

Условие применимости

$$\tau >> n_0^3$$

приводит к неравенству

$$F << \frac{\left(\omega n_0^3\right)^{2/3}}{n_0^4}$$

Оно не противоречит условию для критической напряженности ввиду

$$k_0 = \omega n_0^3 > 1$$

Конечно, время диффузии должно быть меньше длительности лазерного импульса. Тем более, длительность лазерного импульса должна быть велика по сравнению с кеплеровским периодом обращения электрона. Например, при n_0 = 10 кеплеровский период составляет 25 фемтосекунд.

Для энергии ридберговского состояния как функции времени получаем

$$E_n(t) = -\frac{1}{2n^2(t)} = E_0\left(1+\frac{1}{2E_0}\sqrt{\frac{F^2t}{2k_0\omega^{1/3}}}\right)^2.$$

Здесь введена начальная энергия

$$E_0 = -1/2n_0^2$$

При переходе к квазиклассическим состояниям непрерывного спектра следует заменить

$$n \to iK; \quad n_0 \to iK_0.$$

Тогда классическая энергия низколежащего состояния непрерывного спектра как функция времени имеет вид

$$E(t) = E_0\left(1-\frac{1}{2E_0}\sqrt{\frac{F^2t}{2k_0\omega^{1/3}}}\right)^2 > 0.$$

$E_0 = K_0^2/2 > 0$ - начальная энергия электрона в непрерывном спектре

4. Вероятность ионизации

В приближении Ландау-Дыхне определяем точку классического поворота в комплексной плоскости времени из условия:

$$E(t_0) = -E_i$$

или

$$t_0 = \frac{8k_0\omega^{1/3}E_0^2}{F^2}\left(1 - 2i\sqrt{\frac{E_i}{E_0}} - \frac{E_i}{E_0}\right).$$

Вероятность ионизации вычисляем по формуле ландау-Дыхне

$$w = \exp\left\{-\frac{64}{3}\frac{k_0\omega^{1/3}(E_0E_i)^{3/2}}{F^2}\right\}.$$

Заменяя

$$k_0 = \omega n_0^3 \to \frac{\omega}{(2E_0)^{3/2}}$$

получим вероятность ионизации в виде

$$w = \exp\left\{-\frac{8\omega^{4/3}(2E_i)^{3/2}}{3F^2}\right\}$$

или в обычных единицах

$$w = \exp\left\{-\frac{2(2mE_i)^{3/2}}{3\hbar emF}\cdot\frac{4(m^2e^2\omega^4)^{1/3}}{eF}\right\}$$

Первый фактор в показателе экспоненты совпадает с показателем экспоненты, отвечающим туннельной ионизации в низкочастотном электрическом поле. Второй (классический) фактор

$$\frac{(m^2e^2\omega^4)^{1/3}}{eF} >> 1$$

учитывает стохастический характер энергии электрона в континууме

Если выполняется противоположное условие низкой частоты
(или вообще постоянного электрического поля)

$$\frac{\left(m^2 e^2 \omega^4\right)^{1/3}}{eF} < 1$$

то динамический хаос отсутствует. Вместо нового результата мы должны использовать хорошо известную формулу для вероятности туннелирования, или для повышения точности и определения предэкспоненты учитывать кулоновскую часть классического действия по теории возмущений по отношению к полевой части, как это делалось ранее.

Для энергии фотона 1.5 эВ это условие соответствует ограничению на напряженность поля 10^8 В/см.

Если частота фиксируется, то при увеличении напряженности поля вероятность растет. При достижении полем значения порядка

$$F \propto \omega^{4/3}$$

вероятность ионизации начинает определяться известной туннельной формулой, т.е. степень ее роста замедляется.

Заключение

Рассмотрена туннельная ионизация атомов в переменном низкочастотном линейно поляризованном электромагнитном поле, когда кулоновское взаимодействие электрона с атомным остовом в конечном состоянии непрерывного спектра нельзя рассматривать по теории возмущений, как это делось ранее. Напряженность поля предполагается малой по сравнению с атомной напряженностью. В этих условиях в конечном состоянии непрерывного спектра возникает динамический хаос. Задача сведена к процессу нелинейной диффузии по энергии. Вычислена классическая энергия электрона в непрерывном спектре, учитывающая как кулоновское поле, так и электромагнитном поле. Эта энергия используется для вычисления вероятности ионизации из основного состояния атома в низколежащее состояние непрерывного спектра на основе приближения Ландау-Дыхне. Эта вероятность ионизации существенно зависит от частоты поля. При уменьшении частоты рассмотрен переход к хорошо известному пределу туннельной ионизации, вероятность которой уже не зависит от частоты поля. Условие обычного туннелирования – это не $\gamma < 1$ ($F > \omega$) , как в модели Келдыша, а несколько ранее, определяясь классическим параметром, когда

$$F > \omega^{4/3}$$

- В.П. Крайнов, Ионизация атомов в сильном низкочастотном электромагнитном поле, ЖЭТФ, Т. 138, № 2(8), 196-205 (2010) [English translation: JETP, Vol. 111, N 2, pp. 171-179 (2010)].